$$\begin{cases} \Omega I = \frac{\sqrt{2}}{2}\Omega M \\ \widehat{\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega I}\right)} \equiv \frac{\pi}{4} \quad [2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow I = S(M).$$

avec S est la similitude directe de centre Ω, de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$

Ainsi

$M \in (AB) \Leftrightarrow I \in D=S((AB))$ car S est une application bijective

• $R(B) = C$ et $O=B*C \Rightarrow O = S(B)$.

• Désignons par $A'=R(A)$ alors $S(A) = A''$ avec $A''=A*A'$.

Conclusion : $D=(OA'')$

b- Voir figure.

PROBLEME

I/1/a- la fonction qui à $t \mapsto \frac{t^2}{1-t^2}$ est continue sur $]-1;1[$

$\Rightarrow \forall x \in]-1;1[;\ f(x) = \int_0^x \frac{t^2}{1-t^2}dt$ existe.

b- $\frac{t^2}{1-t^2} = \alpha + \frac{\beta}{1-t} + \frac{\gamma}{1+t}; \forall t \in IR\backslash\{-1;1\}$

$\Leftrightarrow \frac{t^2}{1-t^2} = \frac{-\alpha t^2 + (-\gamma+\beta)t + \alpha + \beta + \gamma}{1-t^2}; \forall t \in IR\backslash\{-1;1\}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\alpha = 1 \\ -\gamma + \beta = 0 \\ \alpha + \beta + \gamma = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = \frac{1}{2} \\ \gamma = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ainsi $\forall t \in IR\backslash\{-1;1\}; \frac{t^2}{1-t^2} = -1 + \frac{\frac{1}{2}}{1-t} + \frac{\frac{1}{2}}{1+t}$

c- $\forall x \in]-1;1[; f(x) = \int_0^x \frac{t^2}{1-t^2}dt = \int_0^x (-1 + \frac{\frac{1}{2}}{1-t} + \frac{\frac{1}{2}}{1+t})dt$

$= \left[-t - \frac{1}{2}\text{Log}(1-t) + \frac{1}{2}\text{Log}(1+t)\right]_0^x = -x + \frac{1}{2}\text{Log}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

2/ la fonction $(x \mapsto \frac{1+x}{1-x})$ est dérivable et strictement positive sur $]-1;1[$

$\Rightarrow$ la fonction qui à $x \mapsto \text{Log}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ est dérivable sur $]-1;1[$

par suite f est dérivable sur $]-1;1[$.

• $\forall x \in]-1;1[; f'(x) = -1 + \frac{1}{2}\frac{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)'}{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = -1 + \frac{1}{2}\frac{\frac{2}{(1-x)^2}}{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)} = \frac{x^2}{1-x^2} \geq 0$